مطالعه‌ی سه‌بعدی اختلاط در ریزمخلوط‌گرهای با بار سطحی ناهمگن به کمک مدل هلمهولتز-اسمولوکوفسکی *

جعفر جماعتی(۱)   حمید نیازمند(۲)   سیدعلی میربزرگی(۳)

چکیده در این مقاله اختلاط الکتروکینتیکی سه‌بعدی به روش عددی درون ریزمخلوط‌گرهای ساخته‌شده با ریزمجرای ناهمگن به‌صورت کیفی و کمی بررسی شده است. برای کاهش هزینه‌های محاسباتی در جریان‌های سه‌بعدی، شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک با استفاده از روش هلمهولتز- اسمولوکوفسکی (Helmholtz-Smoluchowski) انجام شده است. مطالعات قبلی برای پدیده‌ی اختلاط الکتروکینتیکی درون ریزمجراهای ناهمگن نشان داده است که وجود گردابه‌ها و نواحی دارای جریان چرخشی بسته همواره باعث بهبود راندمان اختلاط در جریان‌های دو بعدی می‌گردد. اما بررسی‌های انجام شده در این مقاله برای ریزمخلوط‌گرهای سه‌بعدی نشان داد که همواره این اتفاق رخ نمی‌دهد و در برخی موارد وجود گردابه اثر افزایشی بر راندمان اختلاط ندارد. یافته‌های این مقاله نشان می‌دهد که میزان نامتقارنی در میدان جریان سیال عامل تعیین‌کننده در ایجاد اختلاط است. از آن‌جا که در جریان‌های سه‌بعدی امکان ایجاد نامتقارنی بیش‌تر وجود دارد لذا میزان راندمان اختلاط در جریان‌های سه‌بعدی در مقایسه با جریان‌های دوبعدی بیش‌تر است. مطالعه‌ی آرایش‌های متنوع سه‌بعدی برای ریزمخلوط-گر الکترواسموتیکی نشان داد که بسته به آرایش ناهمگنی‌ها، راندمان اختلاط درون ریزمجرای ناهمگن در مقایسه با ریزمجرای همگن می‌تواند بهبود یابد و یا این که کاهش یابد. این نتایج تأکید می‌کند که بررسی دوبعدی اختلاط نمی‌تواند تمامی مزایای اختلاط درون ریزمجراهای ناهمگن را شرح دهد. یافته‌های این پژوهش می‌تواند در مدل‌سازی صحیح ریزمخلوط‌گرهای مورد استفاده در کاربردهای عملی به‌ویژه ریزتراشه‌های آزمایشگاهی (Lab-on-a-chip) مورد استفاده قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی اختلاط سه‌بعدی، ریزمخلوط‌گر، جریان الکترواسموتیک، توزیع بار ناهمگن.

Investigation the 3D Mixing with Non-homogenous Surface Charges Using Helmholtz-Smoluchowski Model

J. Jamaati   H. Niazmand   S.A. Mirbozorgi

Abstract *Numerical investigation of 3D electrokinetic mixing through micromixer has performed both qualitatively and quantitatively. In order to reduce numerical expenses of 3D flows, we implement the Helmholtz-Smoluchowski method for the numerical modeling of electroosmotic flows. According to the previous study of electrokinetic mixing inside the heterogeneous microchannels, existence of the vortexes within the flow field always increase the mixing performance for 2D flows. However, investigations of 3D micromixers show that this increase does not happen for all the situations and in some cases, existence of the vortexes does not enhance the mixing performance. Findings of this research indicate that the asymmetry degree of the flow field pattern is the key parameter for the mixing performance. Within the 3D flow field, there are more opportunities to increase the asymmetries. Consequently, mixing performances of the 3D flows are much larger compared to those of 2D flows. Studies of various 3D cases for electroosmotic micromixer show that mixing performance can be improved or deteriorated depending on the arrangement of the heterogeneities over the microchannel walls. These results confirmed that 2D simulation of mixing could not explain the complete benefits of passive micromixers. These results can apply to the simulation of micromixers used in Lab-on-a-chip devises.*

Key Words 3DMixing, micromixer, electroosmotic flow, non-homogenous charge pattern

---

★تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۱۱/۱۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/٦/۱۳ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۳) استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند.

مقدمه

در دهه‌ی گذشته پیشرفت‌های قابل توجهی در زمینه‌ی سیستم‌های تحلیل‌گر تماماً ریز (Micro total analysis system) و یا وسایلی نظیر تراشه‌های آزمایشگاهی (Lab-on-a-Chip) انجام شده است و کاربردهای متنوعی از آن‌ها در فرآیندهای بیولوژیک و بیوشیمی معرفی شده است. در بسیاری از این کاربردها اختلاط مناسب گونه‌ها اهمیت بالایی دارد. غالباً رژیم جریان درون ریزمجراهای مستقیم و یا حتی دارای انحنا [1] در محدوده‌ی آرام و خطوط جریان موازی و متقارن است. در نتیجه اختلاط فقط توسط پخش مولکولی انجام می‌شود که ذاتاً فرآیندی کند است. با افزایش عدد رینولدز (Re=10) امکان ایجاد جریان‌های نامتقارن و بهبود اختلاط وجود دارد [2] اما به‌لحاظ جنبه‌های عملی چندان موجه نیست. برای افزایش میزان اختلاط روش‌های مختلفی مبتنی بر مکانیزم‌های فعال و یا غیرفعال پیشنهاد شده است [3]. با اختلاط فعال می‌توان به راندمان‌های بالاتر برای اختلاط دست یافت اما این روش در برخی کاربردها به‌ویژه تراشه‌های آزمایشگاهی مطلوب نیست و حتی ممکن است استفاده از این روش روی نمونه‌های بیولوژیکی اثرات منفی داشته باشد [4].

از طرف دیگر، در اختلاط غیر فعال سعی می‌شود تا پخش مولکولی با استفاده از تکنیک‌های مختلف تقویت گردد. یکی از این روش‌ها ایجاد جابه‌جایی آشوبه‌ای (Chaotic advection) است که با افزایش سطح تماس بین گونه‌های مورد اختلاط و ایجاد جریان‌های ثانویه و عرضی باعث دستکاری در طرح جریان آرام حاکم بر ریزمجرا می‌شود و پیرو آن با کاهش طول پخش مولکولی، اختلاط بهبود می‌یابد. شیوه‌های مختلفی برای ایجاد اختلاط غیرفعال وجود دارد. بارزترین این شیوه‌ها ایجاد غیریکنواختی در هندسه‌ی ریزمجرا است [5-7]. تغییر هندسه‌ی ریزمجرا در ریزمخلوط‌گرهای لایه‌ای (Lamination micromixer) نیز به کار گرفته می‌شود که در آن‌ها با تفکیک و تلفیق لایه‌های جریان سیال، طول پخش مولکولی کاهش می‌یابد [8]. اختلاط لایه‌ای بیش‌تر تحت تأثیر نحوه‌ی ترکیب اجزا در ورودی ریزمجرا می‌باشد [9]. توسط این مکانیزم اختلاط می‌توان به بزرگ‌نمایی هیدرودینامیکی (Hydrodynamic focusing) بیش‌تری دست یافت [10] که قابل استفاده در جریان‌های الکترواسموتیک می‌باشد [11]. مخلوط‌گرهای لایه‌ای سازگار با جریان‌های فشار-محرک نیز طراحی شده‌اند که در هر گذر سیال از آنها، طول پخش مولکولی نصف می‌گردد [12]. اختلاط آشوبناک در جریان‌های دوبعدی گذرا و یا سه‌بعدی رخ می‌دهد. علاوه بر موارد ذکرشده، ایجاد شیارهای سطحی [13] و تنظیم جهت‌گیری مناسب آن‌ها نسبت به امتداد جریان [14-9] می‌تواند آب‌گریزی سطوح کانال را افزایش دهد و باعث ایجاد سرعت‌های عرضی در مجاورت دیواره و تشکیل جابه‌جایی آشوبناک شود. یک روش مشابه دیگر، ایجاد دندانه‌های سطحی روی دیواره‌ی ریزمجرا است [15] که باعث افزایش اختلاط می‌شود.

مطالعات متعدد در زمینه‌ی الکتروکینتیک نشان داده است که خواص سطحی دیواره‌ی ریزمجرا می‌تواند باعث ایجاد الگوهای پیچیده‌ی جریان گردد. بررسی ریزمجراهای با زتاپتانسیل غیریکنواخت به‌صورت عددی [18-16] و تحلیلی [21-19] نشان می‌دهد که ناهمگنی خواص سطحی منجر به ایجاد جریان‌های پیچیده و چرخشی می‌شود که با شکستن خطوط چرخشی بسته‌ی این جریان‌ها می‌توان از مزایای پخش آشوبناک بهره برد. برای دست‌یابی به پخش آشوبناک بایستی جریان دوبعدی گذرا [22,23] و یا سه‌بعدی دائمی [24] داشت. در چنین حالاتی، حل میدان سرعت درون ریزمجراهای با دیواره‌ی ناهمگن

نیازمند حل همزمان میدان الکتریکی و توزیع بار و معادله‌های ناویر–استوکس می‌باشد که به لحاظ عددی پرهزینه است و مطالعات نسبتاً معدودی در این زمینه وجود دارد [25, 26]. غالباً از روش‌های اقتصادی‌تر برای حل این مجموعه معادلات استفاده می‌شود که در آن‌ها فقط در مجاورت دیواره‌ها معادلات به‌صورت کامل حل می‌شوند [27]. یک ساده‌سازی نسبتاً رایج برای جریان‌های ساده با رینولدزهای کم و لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی (Electric Double Layer) نسبتاً کوچک این است که خطوط میدان جریان الکترواسموتیک و میدان الکتریکی در همه‌جا متشابه در نظر گرفته شوند. شرایط لازم برای این تشابه توسط محققان تبیین شده است [28,29]. یک حالت مهم از این تشابه به معادله‌ی هلمهولتز–اسمولوکوفسکی منتهی می‌شود و بر این اساس همه‌ی اثرات الکتروکینتیک بر میدان جریان به‌صورت نوعی شرط لغزش در مرز جریان داخل ریزمجرا با لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از این شرط مرزی، میدان سرعت درون حوزه‌ی جریان حل می‌شود.

پیشرفت فن‌آوری در سال‌های اخیر باعث شده است تا ایجاد ناهمگنی‌های مختلف در خواص سطحی ریزمجرا [30,31] و یا حتی کنترل زمانی و مکانی زتاپتانسیل [32] در نواحی ناهمگن صورت بپذیرد. با طراحی مناسب این ناهمگنی‌ها در جریان‌های فشار–محرک می‌توان ریزمجراهایی را معرفی کرد که برای مقاصد اختلاط، پمپاژ و یا هر دوی آن‌ها قابل استفاده باشد [33]. توسط روش‌های عددی اثر اندازه‌ی ناهمگنی و شدت ناهمگنی (یعنی اختلاف بین زتاپتانسیل بخش‌های همگن و ناهمگن) راندمان اختلاط درون چنین ریزمجراهایی مورد بررسی قرار گرفته است [21,24] و عملکرد این شیوه در محفظه‌های اختلاط مطالعه شده است [23]. علاوه بر ناهمگنی‌ها اثرات میدان اعمالی نیز می‌تواند بر راندمان اختلاط مؤثر باشد به خصوص اگر میدان الکتریکی نوسانی باشد [34].

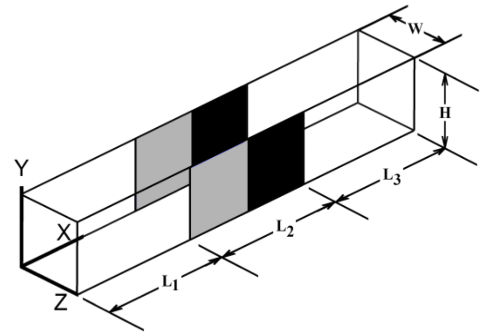
برای ارزیابی اختلاط، استفاده از یک معیار مناسب ضروری می‌باشد. در جریان‌های ساده و یک‌راهه استفاده از انحراف معیار غلظت‌ها نسبتاً رایج است و نتایج مطلوبی دارد [5, 7, 9]. استفاده از آنتروپی مربوط به اختلاط نیز می‌تواند به‌عنوان معیار اختلاط در نظر گرفته شود [15, 35, 36]. در جریان‌های پیچیده‌ی شامل گردابه، معیارهای مبتنی بر غلظت دچار مشکلاتی هستند به این صورت که در نواحی نزدیک گردابه میزان اختلاط را به‌درستی ارزیابی نمی‌کنند و نوسانات غیر فیزیکی را در مقدار راندمان اختلاط پیش‌بینی می‌کنند [16,23,35,37,38]. ازاین‌رو بایستی معیاری برای اختلاط استفاده شود که در آن اثرات چرخش سیال بر اختلاط در نظر گرفته شود. این کار با اعمال تابع وزن سرعت می‌تواند انجام شود و این معیار می‌تواند به‌خوبی میزان اختلاط در جریان‌های پیچیده و سه‌بعدی را تحلیل نماید.

در مطالعات موجود، تحلیل سه‌بعدی ریزمخلوط‌گرها کم‌تر انجام شده است و مطالعات انجام‌شده غالباً به‌صورت موردی است، به گونه‌ای که امکان مقایسه یافته‌ها برای سایر محققان راحت نیست. در این بررسی‌ها معیارهای مختلفی برای تعیین راندمان اختلاط استفاده شده است و حتی نتایج به‌دست‌آمده ابهاماتی داشته‌اند. در این مقاله اختلاط ناشی از اثرات الکتروکینتیکی درون ریزمجراهای ناهمگن با استفاده از مدل هلمهولتز–اسمولوکوفسکی به‌صورت سه‌بعدی مطالعه شده است. برای دست‌یابی به اختلاط مناسب چند ریزمخلوط‌گر با سطوح ناهمگن مختلف معرفی شده است و معیار مناسبی برای اختلاط تبیین شده است که می‌تواند در جریان‌های دارای گردابه به‌خوبی اختلاط را ارزیابی کند. به‌علاوه الگوهای دیواره به‌نحوی مورد معرفی قرار گرفته‌اند که مطالعه‌ی آن‌ها منجر به شناسایی پارامترهای مهم در اختلاط می‌شود و نتایج به‌دست‌آمده را می‌توان به‌صورت مدون ارائه کرد.

با توجه به میدان جریان و وضعیت گردابه‌ها نسبت به دو سیال مورد اختلاط، برخی شاخصه‌های مؤثر جریان بر اختلاط پیشنهاد شده‌اند به‌نحوی که با کمک این شاخصه‌ها می‌توان حتی بدون داشتن میدان اختلاط، به خوبی رتبه‌ی اختلاطی میدان جریان را ارزیابی کرد. علاوه بر این موارد، در این مقاله مفاهیم مناسبی برای مطالعه‌ی اختلاط مانند راندمان اختلاطی ریزمجرا و ظرفیت اختلاطی معرفی شده است که می‌تواند مشخصه‌های اختلاط را به‌تر معرفی کند.

مدل‌سازی جریان الکترواسموتیک

شکل (۱) جزئیات مربوط به ریزمجرای ناهمگن به ارتفاع H، عرض $W = H$ و طول $L = 6H$ را نشان می‌دهد که درون یک میدان الکتریکی خارجی به قدرت یک‌نواخت E قرار دارد. اثر میدان الکتریکی روی لایه دوگانه الکتریکی تشکیل‌شده در مجاورت دیوارها می‌تواند منجر به جریان الکترواسموتیک درون ریزمجرا شود. با توجه به اهداف مورد نظر در این مقاله، ریزمجرای مورد نظر به سه قسمت ابتدایی، میانی و انتهایی به‌ترتیب با طول‌های $L_1 = 2H$، $L_2 = 2H$ و $L_3 = 2H$ تقسیم شده است.



شکل ۱ مشخصات ریزمجرای مورد بررسی در صفحات ناهمگنی بار و محورهای مختصات

در قسمت‌های ابتدایی و انتهایی دیواره‌ی ریزمجرا بدون بار است و در قسمت میانی که بخش ریزمخلوط‌گر را تشکیل می‌دهد، دو جفت تکه ناهمگنی روی دو دیواره‌ی موازی ریزمجرا قرار گرفته‌اند. اندازه‌ی زتاپتانسیل برای همه‌ی تکه‌های ناهمگنی برابر با 50 mV است اما علامت بار آن‌ها می‌تواند مثبت یا منفی باشد. به‌عنوان مثال در شکل (۱) فقط دیواره‌های جانبی دارای زتاپتانسیل مخالف صفر هستند. در این شکل زتاپتانسیل مثبت با رنگ تیره و زتاپتانسیل منفی با رنگ روشن نشان داده شده است. معادله‌ی حاکم بر این جریان الکترواسموتیک توسط معادله‌ی ناویر–استوکس بیان می‌شود:

$$\rho\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\vec{u} = -\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{u} + \vec{F}_e \qquad (۱)$$

که در آن $\vec{u}$ بردار سرعت و $\vec{F}_e$ نیروی الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی می‌باشند. معادله (۱) به‌همراه معادله پیوستگی، توزیع سرعت و فشار را در سیال مشخص می‌کند. در ورودی و خروجی ریزمجرا $\partial\vec{u}/\partial x = 0$ می‌باشد. سایر شرایط مرزی برای سرعت با توجه به مدل هلمهولتز–اسمولوکوفسکی تعیین می‌شوند. در این مدل اثر اعمال میدان الکتریکی $\vec{E}$ روی بارهای مجاور دیواره (لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی) به‌صورت نوعی شرط مرزی لغزشی در نظر گرفته می‌شود و در مقابل جمله‌ی مربوط به نیروی الکتریکی $\vec{F}_e$ از معادله‌ی ناویر–استوکس حذف می‌شود. این سرعت لغزشی به‌موازات دیواره‌های ریزمجرا و در امتداد میدان الکتریکی است. به‌عنوان نمونه برای دیواره‌ی پایینی ($y = 0$) و دیواره‌ی جلویی ($z = W$) شرایط مرزی به ترتیب توسط روابط (۳ و ۲) مشخص می‌شود.

$$y = 0 \;:\; \begin{aligned} u &= -\varepsilon E_x \zeta_{bottom}(x)/\mu \\ v &= 0 \\ w &= -\varepsilon E_z \zeta_{bottom}(x)/\mu \end{aligned} \qquad (۲)$$

$$z = W \;:\; \begin{aligned} u &= -\varepsilon E_x \zeta_{front}(x)/\mu \\ v &= -\varepsilon E_y \zeta_{front}(x)/\mu \\ w &= 0 \end{aligned} \qquad (۳)$$

برای دیواره‌های بالا و عقب نیز روابط مشابهی نوشته می‌شود. طبق معادله‌ی (۲) سرعت لغزشی

اعمال‌شده روی دیواره‌ها به ε ثابت دی‌الکتریک سیال، میزان قدرت میدان الکتریکی اعمال‌شده در امتداد دیواره‌ی ریزمجرا و به مقدار زتاپتانسیل دیواره(ζ) بستگی دارد. به‌عنوان مثال چنان‌چه زتاپتانسیل دیواره منفی باشد با یک مقدار مثبت E_x (از چپ به راست) جهت سرعت لغزشی به‌وجودآمده مثبت و به سمت راست است. مقدار ε از رابطه‌ی $\varepsilon=\varepsilon_r\,\varepsilon_0$ به‌دست می‌آید که در آن ε_r ثابت دی‌الکتریک نسبی سیال (نسبت به خلأ) و $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}\,C/Vm$ ثابت دی‌الکتریک خلأ است.

در بررسی عملکرد اختلاطی ریزمجراها میدان غلظت توسط حل معادله‌ی (٤) به‌دست می‌آید.

$$\rho\vec{u}\cdot\vec{\nabla}C=D\nabla^2C \tag{٤}$$

که در آن D ضریب پخش مولکولی و C غلظت گونه‌های مورد نظر است. شرایط مرزی مربوط به یک گونه با دو غلظت متفاوت در ورودی ریزمجرا به‌صورت زیر اعمال می‌شود:

$$C(0,y,z)=\begin{cases}0, & 0<y<0.5H\\ 1, & 0.5H<y<H\end{cases} \tag{٥}$$

به‌علاوه، روی دیواره‌ها و در خروجی ریزمجرا گرادیان غلظت در جهت عمود بر مرز صفر لحاظ شده است:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial C(x,0,z)}{\partial y}=0 \quad \& \quad \frac{\partial C(x,H,z)}{\partial y}=0\\ &\frac{\partial C(x,y,0)}{\partial z}=0 \quad \& \quad \frac{\partial C(x,y,W)}{\partial z}=0\\ &\frac{\partial C(L,y,z)}{\partial x}=0\end{aligned} \tag{٦}$$

روش عددی و گسسته‌سازی معادلات. مرسوم است که برای حل عددی معادلات جریان از روش حجم محدود با متغیرهای جابه‌جا شده استفاده شود. این کار باعث می‌شود تا میدان‌های جریان نادرست مانند میدان جریان شطرنجی به‌عنوان حل شناخته نشوند. با این حال استفاده از شبکه‌ی جابه‌جا شده فضای لازم برای ذخیره‌سازی اطلاعات مربوط به هندسه‌ی جریان افزایش می‌یابد به‌نحوی که در برخی موارد حجم محاسبات مورد نیاز باعث محدودیت در کدنویسی می‌گردد.

در این مقاله از روش حجم کنترل به‌همراه یک شبکه‌ی هم‌مکان استفاده شده است. چنین کاری ممکن است باعث بروز نوسانات غیر فیزیکی در جواب‌های میدان جریان شود. برای رفع این مشکل مقدار سرعت روی وجوه حجم کنترلی توسط میان‌یابی رای–چو [39]محاسبه شده است. به‌عنوان نمونه برای تعیین مقدار سرعت روی وجه شرقی ابتدا سرعت‌های اصلاحی در موضع مرکز حجم کنترل ($\hat{u}_P$) و سرعت اصلاحی در وجه شرقی ($\hat{u}_E$) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

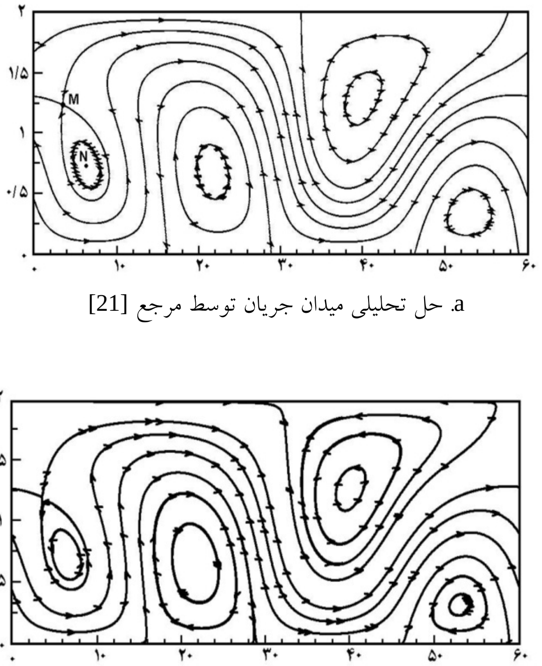
$$\begin{aligned}\hat{u}_P&=u_P-\frac{(P_e-P_w)}{\left|\overrightarrow{we}\right|(a_P)_P}\delta\forall\\ \hat{u}_E&=u_E-\frac{(P_{ee}-P_e)}{\left|\overrightarrow{e(ee)}\right|(a_p)_E}\delta\forall\end{aligned} \tag{٧}$$

در رابطه فوق زیرنویس‌های با حروف کوچک (e, ee, w) مربوط به محل وجوه حجم‌های کنترلی و زیرنویس‌های با حروف بزرگ (E,P)مربوط به مرکز حجم‌های کنترلی هستند. بنابراین e معرف وجه شرقی، w معرف وجه غربی و ee معرف وجه شرقی از المان همسایه (در سمت شرق) است. $\left|\overrightarrow{we}\right|$طول پاره خط از نقطه‌یe تا نقطه w است. مقادیر فشارها روی وجوه مانند P_e، P_{ee} و P_w توسط میانه‌یابی خطی به دست می‌آیند. سپس مقدار سرعت روی وجه شرقی (u_e) برحسب سرعت‌های اصلاحی و گرادیان فشار مربوطه محاسبه می‌شود:

$$u_e=(f_x)_P\,\hat{u}_E+(1-(f_x)_P)\hat{u}_P+\frac{(P_E-P_P)}{\left|\overrightarrow{PE}\right|(a_P)_e}\delta\forall \tag{٨}$$

در رابطه بالا f_x ضریب شکل است. پس از محاسبه‌ی سرعت‌ها روی وجوه حجم‌های کنترل، مقدار کمیت‌ها روی وجوه توسط طرح هیبریدی محاسبه می‌شود و سپس مقدار شار کمیت روی وجه محاسبه می‌شود. جملات مربوط به پخش توسط طرح تفاضل مرکزی محاسبه می‌شوند. جهت ارتباط دادن میدان سرعت و فشار بایستی طرح مناسبی انتخاب شود. مرحله‌ی اساسی در روش‌های فشار مبنا ارتباط دادن مقادیر سرعت اصلاحی به فشار اصلاحی است. نحوه‌ی این ارتباط منشأ روش‌های مختلفی از جمله روش‌های خانواده‌ی SIMPLE است. در این مقاله از روش SIMPLEC استفاده شده است. در این روش می‌توان نشان داد که ارتباط مقادیر اصلاحی برای سرعت‌ها با مقادیر اصلاحی برای فشار در هر مرحله به‌صورت $\vec{V}'=d_p\nabla P'$ است که $d_p=-\Delta\forall/a_p\delta x$ است. جریان‌هایی که در این مقاله مورد مطالعه قرار گرفته است دارای الگوهای پیچیده به‌همراه گردابه هستند. بررسی‌های عددی نشان داد که برای حل میدان جریان در چنین مواردی استفاده از شبکه‌ی یکنواخت به‌ترین نتایج را برای حل جریان دارد چون با توجه به پیچیدگی‌های جریان و گردابه‌های موجود اعمال ضریب انبساط (یا انقباض) در برخی موارد منجر به واگرایی حل می‌شود.

اعتبارسنجی حل عددی. برای اطمینان از صحت حل عددی نتایج مربوط به میدان جریان عددی با نتایج حل تحلیلی [19] در حالت‌های مختلف مقایسه شده است و برای یک جریان پیچیده میدان‌های مربوط در شکل‌های (۲a) و (۲b) نشان داده شده‌اند. موقعیت مرکز گردابه که در شکل (۲a) با نقطه‌ی N نشان داده شده توسط حل تحلیلی $(x,y)_N=(6.50,0.75)$ محاسبه شده است و موقعیت نقطه‌ی تکین M برابر با $(x,y)_M=(3.70,1.22)$ به دست آمده است. با توجه به شکل (۲b) موقعیت این نقاط توسط حل عددی برابر $(x,y)_N=(6.60,0.75)$ و $(x,y)_M=(3.75,1.20)$ به دست آمده است. برای این میدان جریان پیچیده، حداکثر خطای نسبی موجود در پیش‌بینی مکان نقاط تکین در جهت عرضی (جهت y) برابر با $\Delta y/H=0.01$ و در جهت طولی برابر با $\Delta x/L=0.001$ است که نشان از دقت قابل قبول نتایج عددی در مقایسه با نتایج تحلیلی دارد.

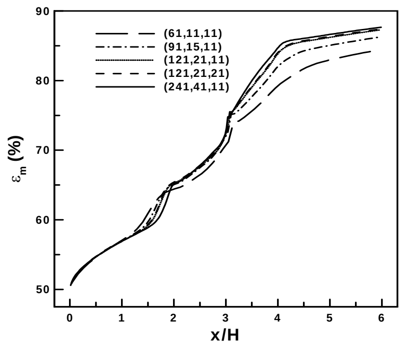


a. حل تحلیلی میدان جریان توسط مرجع [21]

b. حل عددی میدان جریان

شکل۲ مقایسه‌ی حل عددی و تحلیلی میدان جریان

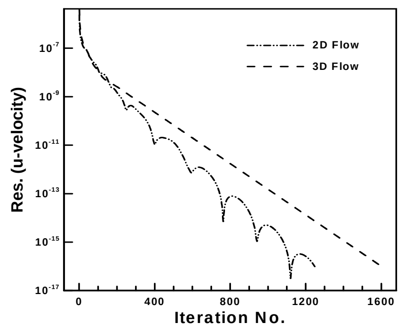
استقلال از گره. در شکل (۳) نتایج مربوط به راندمان اختلاط در طول ریزمجرا که توسط شبکه‌های محاسباتی مختلف به‌دست‌آمده، با یکدیگر مقایسه شده است. بر مبنای مقدار محاسبه‌شده‌ی راندمان در انتهای ریزمجرا و با در نظر گرفتن دقت مناسب و بهینه شدن حجم محاسبات، شبکه‌ی محاسباتی $121\times21\times21$ مورد استفاده قرار گرفته است.



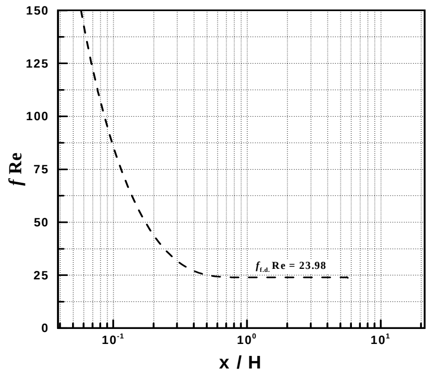
شکل ۳ بررسی استقلال از گره نتایج برای راندمان اختلاط

برای اطمینان از نمودار همگرایی برای مؤلفه‌ی سرعت محوری (u)، میدان جریان دوبعدی و سه‌بعدی در شکل (٤) نشان داده شده است. باقیمانده‌ی سرعت توسط یک سرعت مرجع به‌صورت نسبی محاسبه شده‌است تا مقدار آن‌ها مستقل از یکای مربوط باشد. معادلات حاکم تا زمانی حل شده‌اند که باقیمانده حداکثر در بین تمام معادلات از مقدار 10^{-16} کمتر باشد.

برای اطمینان از درستی حل عددی، ضریب اصطکاک برای جریان بین دو صفحه موازی توسط کد عددی محاسبه شده است و نمودار آن در شکل (٥) نمایش داده شده است. در حالت جریان توسعه‌یافته بین دو صفحه‌ی موازی مقدار $f_{f.d.}\,Re = 24$ توسط کد عددی برابر با $(f_{f.d.}\,Re)_{Num.} = 23.98$ به‌دست‌آمده است.



شکل ٤ بررسی همگرایی حل عددی در حالت دوبعدی و سه‌بعدی

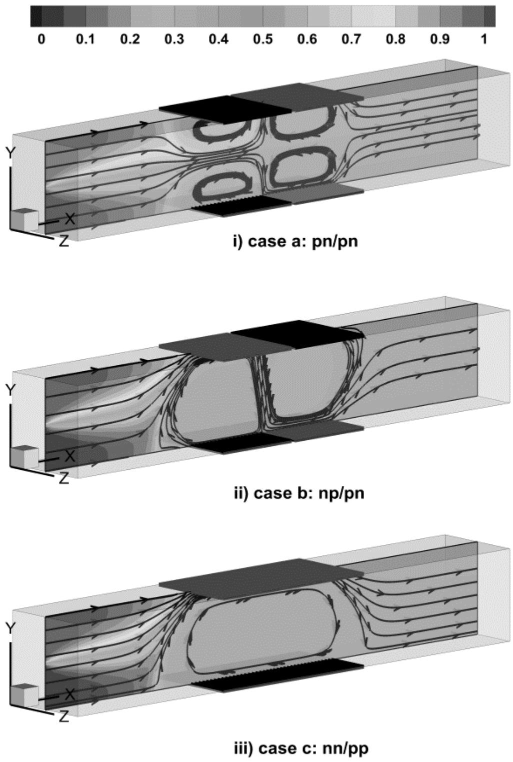


شکل ٥ نمودار ضریب اصطکاک به‌دست‌آمده توسط حل عددی برای جریان بین دو صفحه‌ی موازی

نتایج

نتایج این مقاله برای جریانی از یک الکترولیت با ثابت دی‌الکتریک نسبی $\varepsilon_r = 78.5$، چگالی $\rho = 1000\ Kg/m^3$ و لزجت $\mu = 1.025\times10^{-3}\ Pa\cdot s$ درون ریزمجرای سه‌بعدی با ارتفاع $H = 5\mu m$، عمق $W = 5\mu m$ و $\zeta = 50\ mV$ انجام شده است. قدرت میدان الکتریکی خارجی $E = 29.5\ V/mm$ است در حالی که اختلاف فشار معینی باعث حرکت سیال می‌شود. تحت این شرایط برای یک ریزمجرای دوبعدی همگن، یعنی ریزمجرایی که در تمامی دیواره‌های آن مقدار زتاپتانسیل برابر با $\zeta = 50\ mV$ باشد، میزان سرعت لغزشی ایجادشده در مجاورت دیواره‌ها به‌خاطر اثر میدان بر بارهای الکتریکی مجاور دیواره برابر با $u_s = 1\ mm/s$ است. بر مبنای این سرعت لغزشی عدد رینولدز برابر با $Re = 0.0049$ محاسبه می‌شود. در این حالت رژیم جریان الکترواسموتیک در محدوده آرام است و اختلاط گونه‌ها غالباً مبتنی بر پدیده‌ی پخش مولکولی است، لذا راندمان اختلاط پایین می‌باشد. اما مشاهده شد که چنان‌چه فقط بخش‌های محدودی از دیواره‌ی ریزمجرا دارای زتاپتانسیل باشد و سایر مناطق بدون بار

باشد، مقدار راندمان اختلاط به‌شدت افزایش خواهد یافت. ازاین‌رو، مطالعه و معرفی ریزمجراهای ناهمگن که اختلاط بهینه داشته باشند، اهمیت فراوانی دارد.



شکل ٦ الگوهای جریان و کانتورهای غلظت برای جریان مرکب الکترواسموتیک و فشار-محرک در صفحه‌ی میانی درون ریزمجرای سه‌بعدی با E مثبت از چپ به راست و اختلاف فشار $\Delta p = 0.01\Delta p_{ref}$

برای بررسی عملکرد اختلاطی ریزمجراهای ناهمگن سه نوع ریزمخلوط‌گر با یک E ثابت و مثبت (در جهت محور مختصات) معرفی شده است که در همه‌ی آن‌ها، دیواره‌ها در قسمت ورودی و خروجی ریزمجرا بدون بار و در قسمت میانی که نقش مخلوط‌گر الکترواسموتیکی را دارد، دارای بار منفی یا مثبت هستند. در قسمت میانی روی دیواره‌های متقابل، قسمت ناهمگن تعبیه شده است. برای ایجاد قسمت ناهمگن از چهار قطعه‌ی ناهمگنی با طول‌های مساوی استفاده شده است که دو قطعه‌ی آن‌ها بار مثبت و دو قطعه‌ی دیگر بار منفی دارد. مقدار قدر مطلق زتاپتانسیل در تمامی این چهار قطعه برابر با $\zeta = 50\ \mathrm{mV}$ است. بسته به مقدار بار، نوع بار و نحوه‌ی آرایش مکانی قطعات باردار مثبت و منفی، مقدار و جهت سرعت لغزشی در مجاورت دیوارها متفاوت خواهد بود. برای مسأله مورد بررسی ما که مقدار بارهای قطعات با هم مساوی است، سه وضعیت متمایز برای آرایش بارها روی دو دیواره‌ی موازی بالایی و پایینی قابل تصور است. در شکل (٦) این سه وضعیت مختلف به‌همراه خطوط جریان ناشی از اثرات الکتروکینتیک برای اختلاف فشار $\Delta p = 0.01\Delta p_{ref}$ نشان داده شده است. مقدار Δp_{ref} ، اختلاف فشار مرجع برابر $8Re\mu^2L/(\rho H^3)$ است. در این شکل بارهای مثبت روی دیواره‌ها با رنگ تیره و بارهای منفی با رنگ روشن نشان داده شده‌اند و کانتورهای غلظت در صفحه‌ی z=0توسط گرادیان رنگ سیاه و سفیدمشخص شده‌اند. در وضعیت (a) روی دیواره‌ی بالایی از چپ به راست ابتدا یک تکه ناهمگنی با بار مثبت (p) و سپس یک تکه ناهمگنی با بار منفی (n) قرار دارد و در دیواره‌ی پایینی همین وضعیت تکرار شده است. زمانی که اندازه‌ی بارها در این چهار تکه ناهمگنی برابر باشد، این وضعیت با نماد (pn/pn) مشخص می‌شود. دو آرایش متفاوت دیگر که با همین چهار تکه ناهمگنی شکل می‌گیرد عبارتند از (np/pn) و (nn/pp) و در شکل‌های (٦ii) و (٦iii) نشان داده شده‌اند. هنگامی که اندازه‌ی بارها متفاوت باشد، وضعیت‌های بیش‌تری قابل طراحی است اما در این مقاله فقط وضعیت‌های با بار مساوی مورد بررسی قرار گرفته است.

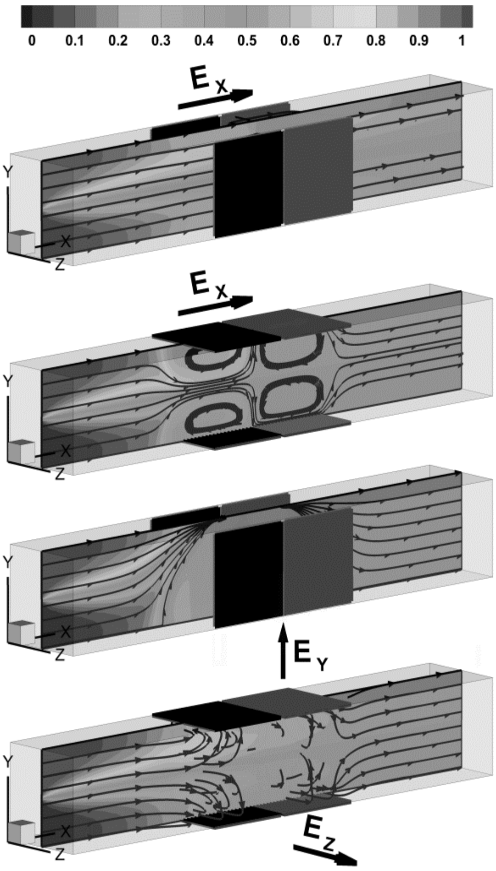
تمام وضعیت‌های نشان داده‌شده در شکل (٦) برای کانال دوبعدی و سه‌بعدی مشترک هستند. در این وضعیت‌ها میدان الکتریکی خارجی در امتداد ریزمجرا و به موازات سطوح جانبی اعمال شده است. در یک کانال دوبعدی فقط یک جفت دیواره‌ی موازی و در کانال سه‌بعدی، دو جفت دیواره‌ی موازی برای تعبیه

قطعات ناهمگنی وجود دارد. از طرفی در هندسه‌ی دوبعدی میدان الکتریکی فقط می‌تواند در جهت طولی اعمال شود در حالی که برای هندسه‌ی سه‌بعدی این امکان وجود دارد که میدان الکتریکی خارجی در هر کدام از سه جهت دستگاه مختصات اعمال شود. با توجه به این ملاحظات در ریزمجراهای سه‌بعدی آرایش بارها می‌تواند بسیار متنوع‌تر باشد. در یک ریزمجرای سه‌بعدی به‌همراه دو جفت قطعه ناهمگنی با بار یکسان اما مخالف، با توجه به نحوه‌ی ورود دو جریان ورودی، چیدمان قطعات بر دیواره‌های متقابل می‌تواند به ۱۲ صورت انجام شود. به این معنی که هر کدام از وضعیت‌های قابل اجرا در کانال دوبعدی (یعنی وضعیت‌های a، b و c از شکل (٦)) در هندسه‌ی سه‌بعدی می‌تواند دارای چهار حالت متمایز باشد. برای درک این مطلب، چهار حالت مربوط به وضعیت (a) از شکل (٦) به‌همراه میدان جریان و غلظت در شکل (۷) نشان داده شده است. مشابه با شکل (٦) بارهای مثبت روی دیواره‌ها با رنگ تیره، بارهای منفی با رنگ روشن و کانتورهای غلظت در صفحه‌ی z=0 توسط گرادیان رنگ سیاه و سفید مشخص شده‌اند. برای سهولت در شناسایی این آرایش‌ها، آن‌ها را به‌صورت نمادین نام‌گذاری می‌کنیم. بدین صورت که نوع الگوی ناهمگنی، محورهای مربوط به صفحه‌ی ناهمگنی و جهت میدان را با حروف اختصاری مشخص می‌نماییم. به‌عنوان مثال برای حالت اول از شکل (۷) الگوی بارهای ناهمگنی روی صفحات به‌صورت (pn/pn) است و این ناهمگنی‌ها در صفحات با محورهای مختصات x-y قرار دارند و جهت میدان الکتریکی اعمالی در جهت x است. این حالت به‌صورت (pn/pn, x-y, Ex) معرفی می‌شود. با استفاده از این قرارداد سایر حالات شکل (۷) عبارتند از: (pn/pn, x-z, Ex)، (pn/pn, x-y, Ey) و (pn/pn, x-z, Ez).

مطابق رابطه‌ی (۲)، با توجه به جهت مثبت E (از چپ به راست)، مقادیر سرعت‌های لغزشی مجاور دیوار در قسمت میانی ریزمجرای شکل (٦a) برابر است با:

$$u^t(x)=u^b(x)=\begin{cases} u_p=-1\dfrac{mm}{s}, & 3<x/H<4 \\ u_n=+1\dfrac{mm}{s}, & 4<x/H<5 \end{cases} \qquad (۹)$$

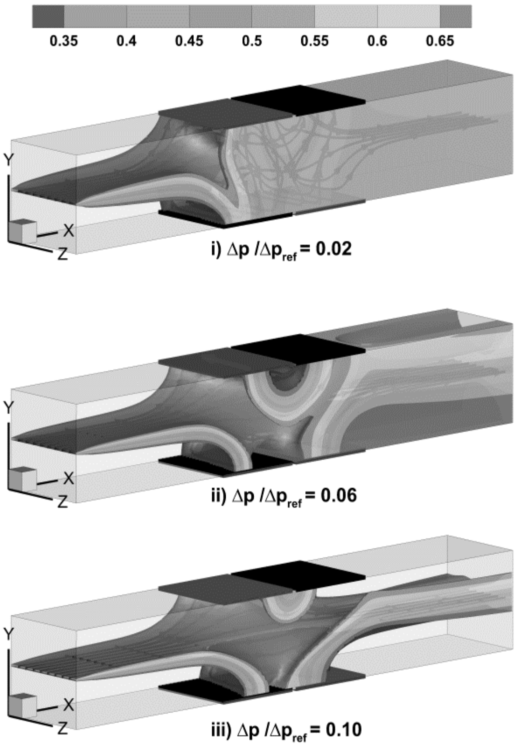
که در آن زیرنویس‌های p یا n برای سرعت u معرف بار مثبت یا منفی قطعات است. به این معنا که با یک E مثبت، سرعت لغزشی در مجاورت دیواره با بار زتاپتانسیل منفی (n) همواره +1 mm/s است و بالعکس.



شکل ۷ وضعیت‌های متفاوت ناهمگنی روی دیواره‌ی ریزمجرای سه‌بعدی و میدان جریان و غلظت مربوط با توجه به جهت میدان خارجی و نحوه‌ی ورود دو سیال در ورودی ریزمجرا (ترکیب جریان الکترواسموتیک و فشار–محرک با $\Delta p = 0.01\Delta p_{ref}$)

با توجه به این که بار الکتریکی دیواره‌ها در قسمت ورودی و خروجی برابر با صفر است، تولید سرعت لغزشی در این نواحی بی‌بار صفر است. با این وجود سیال می‌تواند بنا به دلایل ثانویه در این نواحی نیز حرکت داشته باشد. سه نوع آرایش a،b و c برای بارهای قسمت میانی را می‌توان بر حسب علامت‌های u_p و u_n نیز بیان نمود. توجه شود که در جریان‌های نشان داده‌شده در شکل (۷ و ٦) همه‌ی دبی عبوری از ریزمجرا به دلیل اعمال میدان فشار خارجی است و جریان الکترواسموتیک هیچ دبی خالصی تولید نمی‌کند. در حقیقت در یک جریان الکترواسموتیک خالص تا زمانی که مقدار متوسط سرعت لغزشی در دیواره‌ها برابر با صفر باشد، مقدار دبی عبوری برابر با صفر خواهد بود.

در شکل (۸) اثر میدان فشار خارجی روی میدان جریان و غلظت نشان داده شده است. برای این که نحوه‌ی اختلاط و حوزه‌ی مؤثر آن به‌تر معلوم شود، فقط آن نواحی از میدان جریان نمایش داده شده است که در آن‌ها مقدار غلظت بین ۰/۳ تا ۰/۷ است. با توجه به این که مقدار نهایی غلظت پس از اختلاط کامل برابر با ۰/۵ است، این دامنه غلظت هر چند که از اختلاط کامل فاصله دارد اما می‌تواند به‌صورت کیفی سیالی که غلظت آن در این محدوده است نسبتاً مخلوط‌شده در نظر گرفته شود. واضح است که هر چه وسعت این حوزه بیش‌تر باشد اختلاط مؤثرتر بوده است. با توجه به شکل (۸) به لحاظ کیفی می‌توان دید که در اختلاف فشارهای اندک اثر اختلاطی جریان کاملاً قابل توجه است و مقدار غلظت در بخش وسیعی از حوزه‌ی جریان بین ۰/۳ تا ۰/۷ است. برای $\Delta p = 0.02\,\Delta p_{ref}$ مشاهده می‌شود که تقریباً همه‌ی حوزه‌ی جریان پس از رسیدن به ناحیه‌ی میانی نسبتاً مخلوط شده است. در اثر افزایش افت فشار با این که دبی جریان افزایش می‌یابد اما عملکرد اختلاطی ریزمجرا تضعیف می‌شود چون در این حالت حوزه نسبتاً مخلوط شده و وسعت کم‌تری دارد به‌نحوی که برای حالت $\Delta p = 0.10\,\Delta p_{ref}$ فقط یک لایه‌ی نازک در مجاورت فصل مشترک دوگونه‌ی مورد اختلاط نسبتاً مخلوط شده‌اند. به‌منظور بررسی کمّی و دقیق این موضوع، بایستی راندمان اختلاط به‌صورت مناسبی تعریف شود.



شکل ۸ اثر میدان فشار خارجی بر جریان و نحوه‌ی اختلاط درون ریزمجرای سه‌بعدی

راندمان اختلاط. با توجه به مطالب گفته شده، راندمان اختلاط بر مبنای میانگین وزن‌دار انحراف از معیار غلظت (σ_w) به‌نحوی تعریف می‌شود تا در جریان‌های دارای گردابه میزان اختلاط را به‌درستی نشان دهد. راندمان اختلاط (ε_m) در هر مقطع عرضی از یک ریزمجرا به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

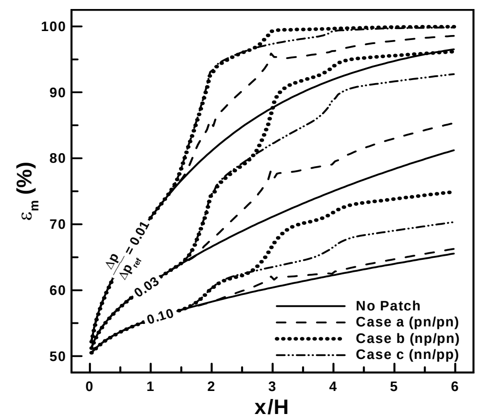
$$\varepsilon_m = \frac{1-\sigma_w}{1-\sigma_{w,min}} \qquad (۱۰)$$

که در آن $\sigma_{w,min}$ یک مقدار مرجع است و در صورتی که اختلاط کامل به وجود آید، مقدار آن به حداقل خود یعنی صفر می‌رسد و مخرج کسر معادله‌ی (۱۰) برابر با ۱ می‌شود. به‌علاوه σ_w به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[\sigma_w]^2 = \frac{\int_0^H u(y)(C(x,y) - C_m)^2 dy}{\int_0^H u(y)\, dy} \qquad (۱۱)$$

که در آن از توزیع عرضی سرعت u(y) به‌عنوان تابع وزن‌دهنده در تعریف میانگین وزنی استفاده شده است. $C(x,y)$ میزان غلظت در هر نقطه از میدان جریان و C_m مقدار متوسط آن در مقطع می‌باشد. اگر از رابطه‌ی (۱۳) برای ارزیابی راندمان اختلاط استفاده شود، آن‌گاه می‌توان عملکرد ریزمخلوط‌گرها را به‌طور کمی مقایسه نمود.

مطالعات نشان می‌دهد که در یک ریزمخلوط‌گر سه‌بعدی که قطعات ناهمگنی در دیواره‌ی بالا و پایین تعبیه شده‌اند، با افزایش نسبت ارتفاع کانال به عمق آن میزان راندمان اختلاط بهبود می‌یابد. ریزمجراهای مورد مطالعه در این تحقیق دارای عمق و ارتفاع مساوی هستند تا بتوان به‌درستی درباره‌ی اثر موقعیت قطعات ناهمگنی بر راندمان اختلاط اظهار نظر کرد و سایر اثرات مربوط به هندسه در راندمان اختلاط دخالت نداشته باشند. در شکل (۹) راندمان اختلاط برای سه اختلاف فشار و سه آرایش بار متفاوت (آرایش‌های a، b و c) با راندمان اختلاط در حالت دیوارهای بدون‌بار مقایسه شده است. همان طور که قبلاً اشاره شد، این آرایش‌ها می‌توانند روی زوج صفحات موازی چیده شوند. در این جا ناهمگنی‌های مورد نظر روی صفحات بالایی و پایینی (صفحات x-z) قرار داده شده‌اند و میدان الکتریکی خارجی در جهت x اعمال شده است. بنابراین سرعت‌های لغزشی به‌وجودآمده در دیواره‌ها در امتداد محور x هستند. همان طور که مشاهده می‌شود، در تمام موارد با پیش‌روی جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاط بیش‌تر می‌شود. در وضعیت دیوارهای بدون‌بار (No Patch) با افزایش اختلاف فشار و به تبع آن سرعت جریان، راندمان اختلاط در هر مقطع کاهش می‌یابد. این موضوع درست است چرا که با افزایش سرعت فرصت لازم برای اختلاط کاهش می‌یابد. وجود قسمت میانی با آرایش بار ناهمگن باعث افزایش قابل توجه عملکرد اختلاط شده است.

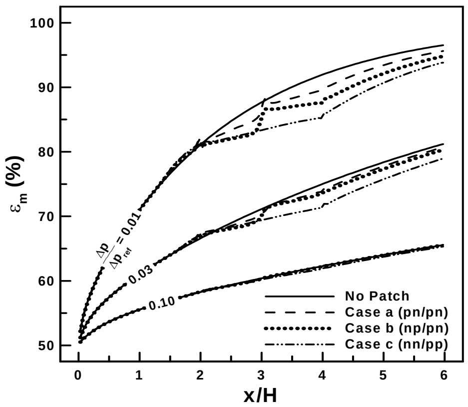


شکل ۹ راندمان اختلاط در طول ریزمجرا برای اختلاف فشارهای مختلف و الگوهای متفاوت ناهمگنی روی صفحات (x-z) به‌همراه E_x

در هر یک از اختلاف فشارهای معین، تا قبل از رسیدن به قسمت میانی، عملکرد اختلاطی ریزمجرای بدون بار (یا حتی باردار یکنواخت) با ریزمجرای دارای بار ناهمگن کاملاً یکسان هستند اما در ناحیه‌ی میانی ریزمجرا با توزیع بار ناهمگن که سرعت‌های لغزشی دیواره، جریان‌های چرخشی قدرتمندی ایجاد می‌کنند، میزان اختلاط به‌نحو چشم‌گیری افزایش می‌یابد. با افزایش قدرت میدان فشار خارجی و تقویت جریان ناشی از آن، اثر گردابه‌های ناحیه میانی بر راندمان اختلاط کاهش می‌یابد. در هر سه حالت اختلاف فشار، برای سه آرایش بار نشان داده‌شده، آرایش بار دوم

(np/pn) بیش‌ترین راندمان اختلاط را دارا می‌باشد. در این وضعیت، آرایش تکه‌های ناهمگنی بار، کاملاً نامتقارن است. هر چه این عدم تقارن بیش‌تر باشد، میزان اختلاط افزایش می‌یابد. لذا بدترین عملکرد اختلاطی مربوط به آرایشی است که بیش‌ترین تقارن را در الگوی بار دارد و به‌ترین عملکرد اختلاط مربوط به آرایشی است که کمترین تقارن را در الگوی بارها دارد.

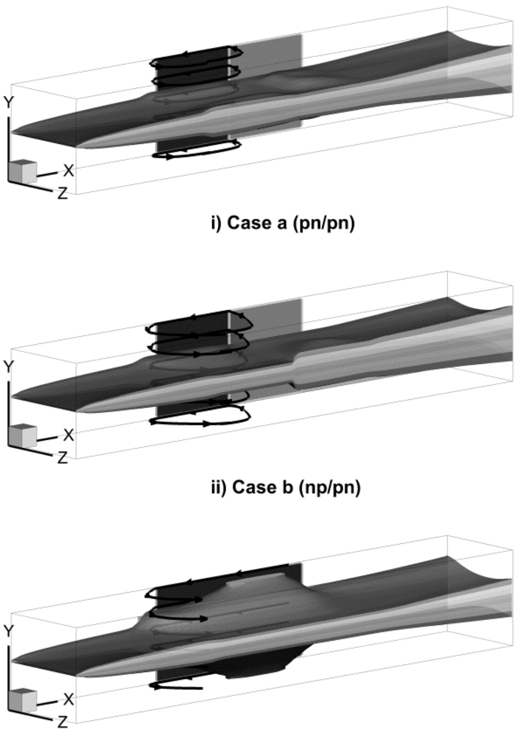
مشخصه‌ی نامتقارنی می‌تواند یک شاخص راهبردی در ارزیابی کیفی میزان اختلاط باشد. نامتقارنی از دو جنبه قابل بحث است؛ جنبه اول میزان نامتقارنی در قسمت‌های ناهمگنی است که در شکل (۹) مورد مطالعه قرار گرفته شده است و دیده می‌شود که هر چه الگوی ناهمگنی‌ها نامتقارن‌تر باشد، میزان راندمان اختلاط بالاتر است. جنبه دوم نامتقارنی مربوط به نامتقارنی در وضعیت گردابه‌ها نسبت به صفحه فصل مشترک دو جریان مورد اختلاط است. میدان‌های جریان مربوط به شکل (۹) در نمودار (٦) نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود که گردابه‌های به‌وجودآمده به‌صورت غالب در صفحه‌ی x-y قرار دارند. این صفحه عمود بر صفحه‌ی فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط است و لذا گردابه‌ها باعث می‌شوند تا فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط از موضع خود جابه‌جا و دچار کشش و یا پیچش گردد. هر چه میزان این تغییر شکل‌ها بیش‌تر باشد، میزان اختلاط بیش‌تر بهبود می‌یابد. در شکل (۱۰) مجدداً همان آرایش‌های مربوط به شکل (۹) یعنی آرایش‌های a، b و c مورد بررسی قرار گرفته‌اند اما با این تفاوت که صفحات جای‌گذاری آن‌ها تغییر کرده است و محل قرار دادن قطعات ناهمگنی در صفحات x-y انتخاب شده است و میدان الکتریکی خارجی نیز در جهت x اعمال می‌شود. نتایج مربوط به راندمان اختلاط بسیار متفاوت با حالت پیشین است.



شکل ۱۰ راندمان اختلاط در طول ریزمجرا برای اختلاف فشارهای مختلف و الگوهای متفاوت ناهمگنی روی صفحات (x-y) به‌همراه E_x

در شکل (۱۰) دیده می‌شود که قرار دادن الگوهای ناهمگنی روی صفحات x-y به‌همراه میدان الکتریکی در راستای x هیچ بهبودی در میزان اختلاط ایجاد نمی‌کند. در این حالت وجود ناهمگنی‌ها دارای اثرات منفی بر راندمان اختلاط می‌باشد و هر چه میزان میدان فشار اعمالی کم‌تر باشد، این اثرات منفی بیش‌ترند. این گونه به نظر می‌رسد که جهت‌گیری گردابه‌ها نسبت به فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط دلیل این کاهش غیر عادی است. وجود گردابه در مسیر دو جریان مورد اختلاط منشأ دو اثر است. اول این که گردابه با داشتن خطوط بسته باعث می‌شود که ارتباط اختلاطی بین بخش درون و خارج گردابه فقط از طریق مکانیزم پخش مولکولی صورت گیرد و جابه‌جایی بین این دو ناحیه قطع شود. اثر دومی که گردابه روی جریان دارد این است که گردابه باعث تغییر مسیر خطوط جریان در ناحیه‌ی خارج از خود می‌شود و با کاهش سطح عبور جریان در جریان‌های داخلی باعث افزایش سرعت‌های جریان و اعوجاج خطوط جریان می‌گردد. بنابراین، اثر دوم منجر به بهبود اختلاط می‌گردد. در وضعیت مورد بررسی در شکل (۱۰) که ناهمگنی‌ها در صفحات x-y قرار داند، هنگامی که میدان الکتریکی خارجی در

جهت x اعمال می‌شود، گردابه‌های ایجادشده به‌موازات صفحه‌ی فصل مشترک دو سیال شکل می‌گیرد و کماکان فصل مشترک دو سیال به‌صورت یک صفحه‌ی مسطح باقی می‌ماند بدون این که دچار اعوجاج گردد. در این حالت تنها اثرات منفی ناشی از حضور گردابه وجود دارد و لذا راندمان اختلاط حتی کاهش می‌یابد.



i) Case a (pn/pn)

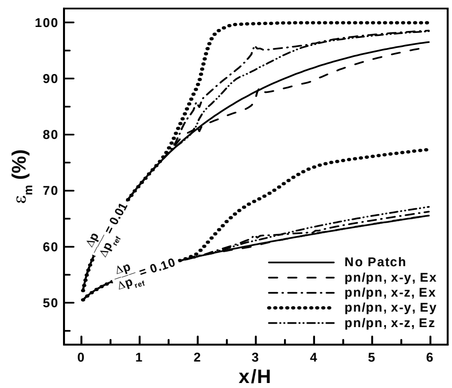
ii) Case b (np/pn)

iii) Case c (nn/pp)

شکل ۱۱ میدان‌های غلظت و جریان مربوط به نمودار شکل (۱۰) با $\Delta p = 0.03\,\Delta p_{ref}$ ، حالتی که صفحه‌ی چرخش گردابه‌ها موازی با فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط است.

برای درک به‌تر توضیحات داده‌شده، میدان‌های جریان مربوط به شکل (۱۰) و برای $\Delta p = 0.03\Delta p_{ref}$ به‌صورت سه‌بعدی در شکل (۱۱) نمایش داده‌شده است. در این شکل برای وضوح بیش‌تر مقادیر سرعت‌های لغزشی فقط در صفحه‌ی z=0 نمایش داده شده است. در این صفحه نواحی دارای بار مثبت، منفی و خنثی به‌ترتیب با رنگ‌های تیره، روشن و سفید متمایز شده‌اند. مقادیر سرعت‌های لغزشی در ناحیه‌ی دارای بار مثبت برابر با $u_s = -0.001(m/s)$، در ناحیه‌ی دارای بار منفی برابر با $u_s = +0.001(m/s)$ و در نواحی دارای بار خنثی برابر با صفر است. همان طور که قبلاً گفته شد، در این شکل کانتورهای غلظت فقط در محدوده‌ی $0.3 \le C \le 0.7$ نمایش داده شده‌اند تا نمایش به‌تری از عملکرد اختلاط قابل رؤیت باشد. در قسمت عمده‌ای از حجم ریزمجرا که میدان غلظت آن نشان داده نشده است، اختلاط در حد اندکی صورت گرفته است و فقط در فضای مجاور فصل مشترک دو سیال که میدان غلظت آن در شکل قابل مشاهده است، اختلاط کمی صورت گرفته است. توجه کنید که مطابق شکل (۹) زمانی که این الگوهای ناهمگنی روی صفحات x-z قرار دارند، عملکرد اختلاطی آن‌ها کاملاً قابل توجه است. در حالی که با استقرار این ناهمگنی‌ها در صفحه‌ی x-y عملکرد اختلاطی آن‌ها حتی از کانال همگن نیز کم‌تر می‌شود و لذا مزایای خود را در تأمین اختلاط از دست می‌دهند. موازی بودن صفحات چرخش گردابه‌ها با صفحه‌ی فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط باعث می‌شود تا این وضعیت‌ها به لحاظ اختلاطی ناکارآمد شوند.

در جریان‌های مورد بررسی در شکل (۱۰ و ۹) میدان الکتریکی خارجی در راستای محور x و به‌موازات طول صفحه‌ی فصل مشترک دو سیال اعمال شده و لذا سرعت‌های لغزشی در امتداد جریان اصلی به‌وجود می‌آیند. چنان‌چه جهت میدان الکتریکی خارجی در امتداد جریان نباشد و به‌صورت عرضی یعنی در جهت y و z باشد الگوهای متفاوتی برای جریان به‌وجود می‌آید. انتظار می‌رود که در شرایط یکسان میدان‌های عرضی بهبود بیش‌تری در میزان راندمان اختلاط داشته باشند چون در امتداد عرضی هیچ جریان غالب حاضر نیست و برای سرعت‌های لغزشی عرضی هیچ مانع تضعیف‌کننده وجود ندارد.



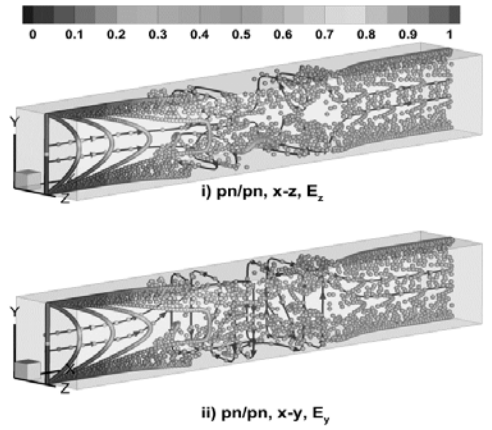
شکل ۱۲ راندمان اختلاط در طول ریزمجرا برای دو اختلاف فشار مختلف و موقعیت‌های متفاوت الگوی (a) روی صفحات ریزمجرا

با توجه به موقعیت صفحه‌ی فصل مشترک دوسیال و محل صفحات ناهمگنی چهار انتخاب برای قرار گرفتن یک الگوی بار ثابت (در این‌جا الگوی بار (b) در نظر گرفته شده) روی دیواره‌های ریزمجرا وجود دارد. در شکل (۱۲) راندمان اختلاط مربوط به این چهار آرایش نمایش داده شده است. نمودارهای با خط توپر مربوط به ریزمجرای همگن است. نمودارهای خط‌چین مربوط به ریزمجرا با الگوی بار (a) یعنی (pn/pn) روی دیواره‌های جلو و پشتی یعنی صفحات x-y به‌همراه میدان اعمالی در جهت x یعنی E_x است. این وضعیت روی شکل (۱۲) به‌صورت pn/pn, x-y, E_x خلاصه شده است و به‌صورت مشابه برای سایر حالات نام‌گذاری بر مبنای صفحات ناهمگنی و جهت میدان الکتریکی اعمالی صورت گرفته است. در بین این چهار وضعیت دو وضعیت x-y, E_x و x-z, E_x سرعت‌های لغزشی روی سطح در جهت x هستند. این دو وضعیت به‌صورت مشروح در شکل‌های (۱۱–۹) مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در اینجا فقط به این نکته بسنده می‌کنیم که در بین این دو وضعیت که الگوی بار و جهت میدان یکسان است وضعیتی راندمان مطلوب دارد که گردابه‌های موجود در میدان جریان آن صفحه فصل مشترک دو سیال را بیش‌تر دچار اعوجاج نماید.

دو وضعیت دیگر یعنی وضعیت‌های x-y, E_y و x-z, E_z، در شکل (۱۳) نشان داده شده‌اند. در این وضعیت‌ها میدان‌های الکتریکی به‌صورت عرضی اعمال شده‌اند. با استفاده از امکانات نرم‌افزار tecplot یک خط از ذرات سیال که در ورود به ریزمجرا دارای غلظت‌های متفاوت بوده‌اند، در طول ریز مجرا تحت تعقیب قرار گرفته‌اند و برای این که اثر اختلاط روی آن‌ها مشاهده شود، هر ذره با رنگ متناسب با غلظت محلی آن موضع نشان داده شده است. در وضعیت اول از شکل (۱۳) که با x-z, Ez مشخص شده است، سرعت‌های لغزشی به‌صورت عرضی هستند و در این جهت هیچ عامل و یا رقیب مزاحمی (مانند جریان اصلی) وجود ندارد و لذا این سرعت‌ها به‌راحتی باعث اعوجاج فصل مشترک می‌گردند. از طرف دیگر گردابه‌ها در صفحاتی چرخش دارند که عمود بر صفحه فصل مشترک است و از این رو اختلاط بهبود می‌یابد. اما وضعیت گردابه‌ها به‌صورتی نیست که خطوط بسته‌ی گردابه صفحه فصل مشترک را قطع نماید.

وضعیت دوم از شکل (۱۳) مربوط به حالتی است که اختلاط در آن بیشینه‌ی مقدار خود را در بین حالات بررسی شده را دارد. این وضعیت بیشینه اختلاط (یعنی وضعیت x-y, E_y) دارای چند مشخصه است: اول این که سرعت‌های لغزشی به‌صورت عرضی هستند. دوم این که گردابه‌های جریان به‌صورت عمود بر صفحه فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط چرخش می‌کنند و سومین مشخصه این است که خطوط بسته‌ی گردابه‌ها صفحه فصل مشترک را قطع می‌کنند. مجموعه این مزایا باعث شده است تا این وضعیت بیش‌ترین میزان اختلاط را مهیا نماید. برای جمع‌بندی این مطالب جدول (۱) تهیه شده است. در این جدول خصوصیات جریانی مربوط به وضعیت‌های شکل (۱۲) و مزایای آن‌ها برای اختلاط با اعداد یک (در صورت داشتن

مزیت) و صفر (در صورت نداشتن مزیت) ارزیابی شده‌اند.



شکل ۱۳ میدان‌های غلظت و جریان مربوط به وضعیت‌های $x\text{-}y, E_y$ و $x\text{-}z, E_z$ برای $\Delta p = 0.01\Delta p_{ref}$، حالتی که صفحه‌ی چرخش گردابه‌ها عمود بر فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط است

جدول ۱ ارزیابی شاخص‌های مهم در میزان اثر اختلاطی گردابه

وضعیت: صفحه‌ی ناهمگنی و جهت میدان الکتریکی	$x\text{-}y\ E_x$	$x\text{-}z\ E_x$	$x\text{-}y\ E_y$	$x\text{-}z\ E_z$
سرعت لغزشی عرضی	۰	۰	۱	۱
تعامد صفحه‌ی گردابه و فصل مشترک	۰	۱	۱	۱
تقاطع خطوط گردابه و فصل مشترک	۰	۰	۱	۰
تعداد مزایا برای اختلاط	۰	۱	۳	۲
رتبه اختلاط با توجه به شکل (۱۲)	٤	۳	۱	۲

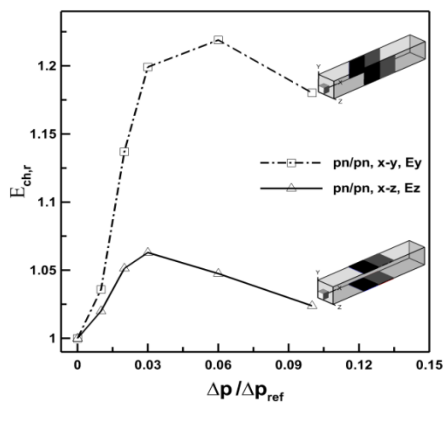
نتایج جدول (۱) نشان می‌دهد که شاخص‌های معرفی‌شده می‌تواند به‌خوبی برای ارزیابی کیفی اختلاط مربوط به ریزمخلوط‌گرهای مختلف مورد استفاده قرار گیرد. هر چند که برای ارزیابی کمی اختلاط نیاز به یک شاخص مناسب است. به خصوص اینکه نتایج جدول فوق در یک افت فشار مشخص ارائه شده است و همان گونه که شکل‌های (۹،۱۰،۱۲) نشان می‌دهند با تغییر میزان اختلاف فشار اعمالی بر ریزمجرا، میزان راندمان اختلاط تغییر می‌کند به‌نحوی که در اختلاف فشارهای کم‌تر مقدار راندمان اختلاط بیش‌تر است. دلیل این مطلب این است که در اختلاف فشارهای کم، سرعت متوسط جریان اندک است و سیال مدت زمان بیش‌تری را در قسمت مخلوط‌کننده سپری می‌کند. بنابراین، اختلاط بیش‌تری حاصل می‌شود. با وجودی که کاهش اختلاف فشار منجر به افزایش راندمان اختلاط می‌شود، اما بدون وجود اختلاف فشار مناسب جریان و اختلاط حاصل نمی‌شود. از طرف دیگر مشاهده می‌شود که راندمان اختلاط محاسبه‌شده در هر مقطع با پیش‌روی سیال در طول ریزمجرا همواره رشد صعودی دارد و در انتهای ریزمجرا (x=L) حداکثر مقدار خود را دارد. به‌منظور بررسی مجموع این عوامل مؤثر (اختلاف فشار، نحوه‌ی آرایش بارها و طول ریزمجرا) بر راندمان اختلاط لازم است معیاری بنا شود که مرجع ارزیابی در آن راندمان اختلاط در خروج از ریزمجرا ($x=L$) باشد. این معیار مناسب راندمان نسبی اختلاط در ریزمجرا است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{E}_{Ch,re} = \frac{\varepsilon_m(L)}{\varepsilon_{m,no\ patch}(L)} \qquad (۱۲)$$

در این رابطه صورت کسر معرف میزان راندمان اختلاط در خروجی ریزمجرا (x=L) است و مخرج کسر معرف میزان راندمان اختلاط در خروجی ریزمجرای بدون بار (یا حتی باردار کاملاً همگن) در همان اختلاف فشار است. بنابراین راندمان نسبی اختلاط در یک ریزمجرا به دو طریق می‌تواند به

خدمت گرفته شود. اولاً نشان دهد که در یک ریزمجرا با طول و اختلاف فشار مشخص، نحوه‌ی آرایش بارها (اثر خالص ناحیه‌ی میانی) چه تأثیری بر راندمان اختلاط خروجی دارد، ثانیاً در یک ریزمجرا با آرایش بار مشخص، اختلاف فشار اعمالی چه تأثیری بر راندمان اختلاط خروجی دارد.

در پاسخ به این سؤال که روند بهبود راندمان با افزایش اختلاف فشار چگونه می‌نماید شکل (۱٤) رسم شده است. در این شکل تغییرات راندمان نسبی اختلاط، $E_{ch,r}$، بر حسب تغییرات اختلاف فشار Δp برای آرایش‌های نشان داده‌شده در شکل (۱۲) یعنی وضعیت‌های $(pn/pn,\ x\text{-}z,\ E_z)$ و $(pn/pn,\ x\text{-}y,\ E_y)$ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش اختلاف فشار، ابتدا مقدار راندمان نسبی اختلاط زیاد می‌شود و پس از عبور از یک مقدار حداکثر شروع به کاهش می‌نماید. بنابراین یک نقطه‌ی بهینه برای میزان اختلاف فشار وجود دارد که در آن نقطه مقدار راندمان نسبی اختلاط به حداکثر می‌رسد. اندازه‌ی اختلاف فشار بهینه برای هر آرایش متفاوت است.



شکل ۱٤ تغییرات راندمان نسبی اختلاط ($E_{ch,r}$) بر حسب اختلاف فشار Δp برای آرایش‌های بررسی‌شده در شکل (۱۳)

در اختلاف فشارهای کم، میزان سرعت متوسط سیال بسیار کم می‌باشد. بنابراین، زمان عبور سیال از ریزمجرا طولانی است. این زمان طولانی باعث می‌شود که میزان اختلاط در خروجی ریزمجرا افزایش یابد. در نتیجه مستقل از این که تکه‌های ناهمگنی با آرایش نامتقارن موجود باشند یا نباشند، عملکرد اختلاطی آن تغییری نمی‌کند و راندمان نسبی اختلاط در ریزمجرا به سمت عدد ۱ نزدیک می‌شود. در این حالت پدیده‌ی پخش مولکولی تنها عامل مؤثر در اختلاط است. از طرف دیگر، در اختلاف فشارهای نسبتاً زیاد سیال با سرعت بیش‌تری از درون ریزمجرا عبور می‌کند و فرصت اختلاط کم‌تری دارد. به‌علاوه این اختلاف فشار زیاد و سرعت بیش‌تر ناشی از آن، از قدرت گردابه‌ها در نواحی میانی ریزمجرا می‌کاهد. در نتیجه وجود ناهمگنی‌ها و جابه‌جایی آشوبناک ناشی از آن اثر قابل توجهی در عملکرد اختلاط ندارد به نحوی که با افزایش بیش‌تر اختلاف فشار، راندمان نسبی اختلاط ریزمجرا مجدداً به سمت ۱ میل می‌کند. در این حالت نیز پخش مولکولی پدیده‌ی غالب در فرآیند اختلاط است. در اختلاف فشارهای میانی، علاوه بر پدیده‌ی پخش مولکولی، جابه‌جایی آشوبناک ناشی از حضور تکه‌های ناهمگنی و جابه‌جایی ناشی از اعمال Δp روی فرآیندفرایند اختلاط اثر هم‌افزایی دارند و لذا راندمان نسبی اختلاط دارای یک مقدار حداکثر است.

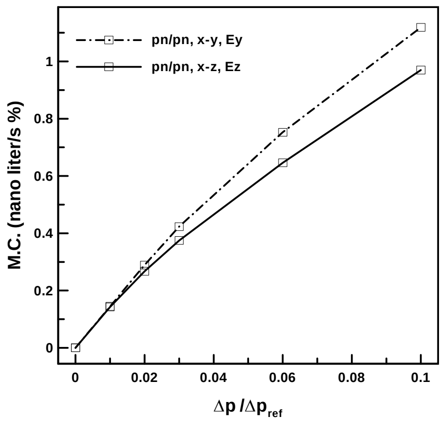
ظرفیت اختلاطی ریزمجرا/ ریزمخلوط‌گر. معیار مناسب برای ارزیابی اختلاط در یک ریزمخلوط‌گر را با توجه به دبی جرمی سیال عامل تحت عنوان ظرفیت اختلاطی مشابه ظرفیت حرارتی در یک مبدل تعریف می‌کنیم. برای یک ریزمخلوط‌گر با دبی $\dot{m}$، میزان اختلاط ورودی $\varepsilon_{m,in}$ و میزان اختلاط خروجی $\varepsilon_{m,out}$، میزان ظرفیت اختلاطی برابر است با:

$$Q_{mixing} = \dot{m}\left(\varepsilon_{m,\,out} - \varepsilon_{m,\,in}\right) \qquad (۱۳)$$

ظرفیت اختلاطی می‌تواند معرف کیفیت اختلاط و

کمیت اختلاط باشد. در شکل (۱۵) ظرفیت اختلاطی (M.C.) برای چند ریزمخلوط‌گر نمایش داده شده است.

با افزایش میزان اختلاف فشار، ظرفیت اختلاطی ریزمجرا در هر دو آرایش بار انتخابی افزایش می‌یابد. شیب نمودارها برای هر حالت تقریباً ثابت است و مقدار آن به تدریج کاهش می‌یابد. به نحوی که در اختلاف فشارهای نزدیک صفر بیش‌ترین مقدار را دارد و در این نقطه حدی میزان شیب برای هر دو حالت مساوی است. لذا معلوم می‌شود که در اختلاف فشارهای کم با تغییر میزان اختلاف فشار، بهبود ظرفیت اختلاطی بیش‌تر است. بنابراین، میزان ظرفیت اختلافی می‌تواند به سادگی با افزایش میزان اختلاف فشار اعمالی تنظیم شود.



شکل ۱۵ تغییرات ظرفیت اختلاطی به ازای تغییرات اختلاف فشار Δp برای آرایش‌های شکل (۱۳).

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله فرآیند اختلاط تحت اثرات الکتروکینتیک درون ریزمخلوط‌گرهای غیر فعال با بار الکتریکی ناهمگن در دیواره برای هندسه‌ی سه‌بعدی مورد مطالعه قرار گرفته است و شاخصه‌های کیفی و کمی مؤثر بر اختلاط در جریان ترکیبی الکترواسموتیک و فشار محرک معرفی شده‌اند. مطالعه‌ی انجام‌شده نشان داد که میزان اختلاط درون ریزمخلوط‌گرهای سه‌بعدی به شدت از میزان اختلاف فشار اعمالی بر ریزمجرا، نحوه‌ی چیدمان ناهمگنی‌ها و نحوه‌ی حرکت گردابه‌ها درون ریزمجرا متأثر می‌شود. مشخص شد که نحوه‌ی چرخش گردابه‌های جریان نسبت به صفحه‌ی فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط عامل بسیار مهمی در میزان راندمان اختلاط است به نحوی که در برخی موارد ممکن است وجود نواحی چرخشی اثر مثبتی بر میزان راندمان اختلاط نداشته باشد. با ترکیب دو جریان الکترواسموتیک و فشار-محرک در یک ریزمجرا و تنظیم مناسب تکه‌های ناهمگنی بار، به سادگی می‌توان یک ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیکی را با اختلاط قابل کنترل طراحی نمود. مطالعات این پژوهش نشان می‌دهد که توجه به برخی مشخصه‌های جریان درون ریزمخلوط‌گر می‌توان تا حد زیادی درباره‌ی راندمان اختلاطی ریزمخلوط‌گر قضاوت نمود. برای ارزیابی کمی میزان اختلاط نیز معیارهای راندمان اختلاط، راندمان نسبی اختلاط و ظرفیت اختلاطی معرفی و تعریف شد که با استفاده از آن‌ها میزان دقیق اختلاط مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که هر چند در اختلاف فشارهای کم میزان راندمان اختلاط افزایش می‌یابد اما ظرفیت اختلاطی ریزمجرا کاهش می‌یابد. به علاوه مشاهده شد که هر چه آرایش تکه‌های ناهمگنی بار روی دیواره‌ها و وضعیت گردابه‌ها نسبت به صفحه فصل مشترک دو سیال مورد اختلاط نامتقارن‌تر باشد، عملکرد اختلاطی ریزمجرا به‌تر خواهد بود.

نتیجه‌ی مهم دیگر این که در اختلاف فشارهای اندک و یا خیلی زیاد وجود تکه‌های ناهمگنی بار روی دیوارهای ریزمجرا اثر قابل ملاحظه‌ای بر بهبود اختلاط ندارد و در این محدوده از اختلاف فشارها عملکرد

اختلاطی ریزمجراهای همگن و ناهمگن به یکدیگر نزدیک می‌باشد. برای هر ریزمجرا یک اختلاف فشار خاص وجود دارد که در آن بیش‌ترین میزان اختلاط رخ می‌دهد. این نقطه‌ی بهینه می‌تواند مبنای طراحی ریزمخلوط‌گرهای الکترواسموتیکی فشار- محرک قرار گیرد.

مراجع

1. Chen, J-K., Luo, W-J. and Yang, R-J.,"Electroosmotic flow driven by DC and AC electric fields in curved microchannels",*Jap.Journal of Appl. Phys.*, Vol. 45, pp. 7983–7990, (2006).
2. Dreher, S., Kockmann, N. and Woias, P.,"Characterization of laminar transient flow regimes and mixing in T-shaped micromixers", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 30(1–2), pp. 91–100, (2009).
3. Chang, C.C. and Yang R.J., "Electrokinetic mixing in Microfluidic systems", *Microfluid Nanofluid*, Vol. 3, pp. 501–525, (2007).
4. Chung Y.C., Hsu Y.L., Jen C.P., Lu M.C. and Lin Y.C., "Design of passive mixers utilizing microfluidic self-circulation in the mixing chamber",*Lab on a Chip*, Vol. 4, pp. 70–77, (2004).
5. Chen, J.M., Horng, T.L. and Tan, W.Y., "Analysis and measurements of mixing in pressure-driven microchannel flow", *Journal of Microfluid and Nanofluid*, Vol. 2, pp. 455–469, (2006).
6. Yu, S., Jeon, T.J. and Kim, S.M., "Active micromixer using electrokinetic effects in the micro/nanochannel junction", *Chemical Engineering Journal*, Vol. 197, pp. 289–294, (2012).
7. Bockelmann, H., Heuveline, V. and Barz, D.P.J., "Optimization of an electrokinetic mixer for microfluidic applications", *Biomicrofluidic*, Vol. 6(2), 024123, (2012).
8. Wong, S.H., Ward, M.C.L. and Wharton, C.W., "Micro T-mixer as a rapid mixing micromixer",*Sensors Actuators B*, Vol. 100, pp. 365–385, (2004).
9. Ou, J., Moss, G.R. and Rothstein, J.P., "Enhanced mixing in laminar flows using ultrahydrophobic surfaces", *Physical Review E*, Vol. 76, pp. 016304, (2007).
10. Knight, J.B., Vishwanath, A., Brody, J.P. and Austin, R.H., "Hydrodynamic focusing on a silicon chip:mixing nanoliters in microseconds",*Physical Review Letter*, Vol. 80, pp. 3863–3866, (1998).
11. Yang, R.J., Chang, C.C., Huang, S.B. and Lee, G.B., "A new focusing model and switching approach for electrokinetic flow inside microchannels",*Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 15, pp. 2141–2148, (2005).
12. Hardt, S., Pennemann, H. and Schönfeld, F., "Theoretical and experimental characterization of a low-Reynolds number split and-recombine mixer", *Journal of Microfluid and Nanofluid*, Vol. 2, pp. 237–248, (2006).
13. Aref, H., "Stirring by chaotic advection", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 143, pp. 1–21, (1984).
14. Howell Jr, P.B., Mott, D.R., Ligler, F.S., Golden, J.P., Kaplan, C.R. and Oran, E.S.A., "combinatorial approach to microfluidic Mixing", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 18, pp.115019(7), (2008).

15. Cho, C.C., Chen, C.L. and Chen, C.K., "Mixing enhancement of electrokinetically-driven non-Newtonian fluids in microchannel with patterned blocks", *Chemical Engineering Journal*, Vol. 191, pp. 132-140, (2012).
16. Erickson, D. and Li, D., "Influence of Surface Heterogeneity on Electrokinetically Driven Microfluidic Mixing", *Langmuir*, Vol. 18, pp. 1883–1892, (2002).
17. Fushinobu, K. and Nakata, M., "An experimental and numerical study of a liquid mixing device for Microsystems",*Transaction of ASME, Journal of Electronic Packaging*, Vol. 127, pp. 141–146., (2005).
18. Lee, L.M., Hau, W.L.W., Lee, Y.K. and Zohar, Y., "In-plane vortex flow in microchannels generated byelectroosmosis with patterned surface charge", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 16, pp. 17–26., (2006)
19. Zhang, J., He, G. and Liu, F., "Electro-osmotic flow and mixing in heterogeneous microchannels",*Physical Review E*, Vol. 73, pp. 056305, (2006).
20. Lee, Y.K., Lee, L.M., Hau, W.L.W. and Zohar, Y., "Two-dimensional analysis of electrokinetically driven out-of-plane vortices in a microchannel liquid flow using patterned surface charge", *MEMS*, Vol. 16, pp. 58–67, (2007).
21. Horiuchi, K., Dutta, P. and Ivory, C.F., "Electroosmosis with step changes in zeta potential in microchannels", *AIChE*, Vol. 53, pp. 2521–2533, (2007).
22. Qian, S. and Bau, H.H., "A chaotic electroosmotic stirrer", *Analytical Chemistry*, Vol. 74, pp. 3616–3625 (2002).
23. Chen, C.K. and Cho, C.C., "Electrokinetically driven flow mixing utilizing chaotic electric fields", *Journal of Microfluid and Nanofluid*, Vol. 5, pp. 785–793, (2008).
24. Chang, C.C. and Yang, R.J., "A particle tracking method for analyzing chaotic electroosmotic flow mixing in 3-D microchannels with patterned charged surfaces", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 16, pp. 1453–1462, (2006).
25. Mirbozorgi, S.A., Niazmand, H. and Renksizbulut, M., "Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannel with non-uniform zeta potential", *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 128(6), pp. 1133–1143, (2006).
26. Ramirez, J.C. and Conlisk, A.T., "Formation of vortices near abrupt nano-channel height changes in electro-osmotic flow of aqueous solutions", *Biomedical and Microdevices*, Vol. 8, pp. 235–330, (2006).
27. Meisel, I. and Ehrhard, P., "Electrically-excited (electroosmotic) flows in microchannels for mixing applications", *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 25, pp. 491–504, (2006).

28. Cummings, E.B., Griffiths, S.K., Nilson, R.H. and Paul, P.H., "Conditions for similitude between the fluid velocity and electric field in electroosmotic flow",*Analytical Chemistry*, Vol. 72, pp. 2526–2532, (2000).
29. Santiago, J.G., "Electroosmotic flows in microchannels with finite inertial and pressure forces", *Analytical Chemistry*, Vol. 73, pp. 2353–2365, (2001).
30. Stroock, A.D., Weck, M., Chiu, D.T., Huck, W.T.S., Kenis, P.J.A., Ismagilov, R.F. and Whitesides, G.M., "Patterning electro-osmotic flow with patterned surface charge", *Physical Review Letters*, Vol. 84(15), pp. 3314, (2000).
31. Hau, W.L.W., Trau, D.W., Sucher, N.J., Wong, M. and Zohar, Y., "Surface-chemistry technology for microfluidics", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 13(2), pp. 272-278, (2003).
32. Schasfoort, R.B.M., Schlautmann, S., Hendrikse, J., van den Berg, A., "Field-effect flow control formicrofabricated fluidic networks", *Science*, 286(5441), pp. 942-945, (1999).
33. Loucaides, N., Ramos, A., Georghiou, G.E., "Configurable AC electroosmotic pumping and mixing", *Microelectronic Engineering*, Vol. 90, pp. 47-50, (2012).
34. Pacheco, J.R., Pacheco-Vega, A. and Chen, K.P., "Mixing-dynamics of a passive scalar in a three-dimensional microchannel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp.959–966, (2011).
35. Lynn, N.S., Henry, C.S. and Dandy, D.S., "Microfluidic mixing via transverse electrokinetic effects in a planar microchannel", *Journal of Microfluid and Nanofluid*, Vol. 5, pp. 493–505, (2008).
36. Kang, T.G. and Kwon, T.H., "mixing analysis of chaotic micromixers", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 14, pp. 891–899, (2004).
37. Wang D., Summers J.L. and Gaskell, P.H., "Modelling of electrokinetically driven mixing flow in microchannels with patterned blocks", *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55(7), pp. 1601-1610, (2008).
38. Chang, C.C. and Yang, R.J., "Computational analysis of electrokinetically driven flow mixing in microchannels with patterned blocks",*Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 14(4), pp. 550-558, (2004).
39. Rhie, C.M. and Chow, W.L.,"Numerical Study of the Turbulent Flow past an Airfoilwith Trailing Edge Separation",*AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 1525–1532, (1983).